SEMESTRAL

UNI

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Sucesiones reales

Docente: PHFLUCKER H. COZ

academiacesarvallejo.edu.pe

1. Con respecto a la sucesión (a_n) tal que $a_n = (-2)^{-n}$ para todo $n \in \mathbb{Z}^+$, determine la secuencia correcta de verdad o falsedad

I. Es una sucesión alternante. V
II. Es una sucesión convergente. V
III. Es una sucesión oscilante. F

A) VFF
B) VVV
C) VVF
D) VFV
E) FFF

$(x_n) = (-1; 7; 2; 6; 3; 5 \ldots)$

Las sucesiones **oscilantes**

- no son convergentes ni divergentes al $\pm\infty$
- no es alternada
- no es creciente ni decreciente ni constante.

Resolución

$$(-2)^{-n} = \left(-\frac{1}{2}\right)^n = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; -\cdots\right\}$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^n = \begin{cases} -\dfrac{1}{2^n} & ;\ \text{si } n \text{ es impar} \\ \dfrac{1}{2^n} & ;\ \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} -\frac{1}{2^n} = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{2^n} = 0$$

2. Dada la sucesión $a_n = 2 + \frac{3}{\sqrt{n}}$ indicar el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

I. a_n es creciente. F (es decreciente)
II. a_n es acotada. V
III. Si $|a_{n+1} - 2| < 1 \rightarrow n > 8$. V

A) FVV
B) FFV
C) VFV
D) VVV
E) FFF

Resolución

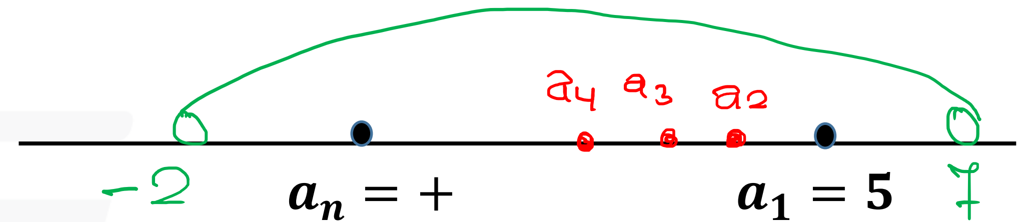
I. $a_n > a_{n+1}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

$$\cancel{2} + \frac{3}{\sqrt{n}} > \cancel{2} + \frac{3}{\sqrt{n+1}}$$

$$\frac{\cancel{3}}{\sqrt{n}} > \frac{\cancel{3}}{\sqrt{n+1}}$$

$$\sqrt{n+1} > \sqrt{n}$$

II. Cómo es decreciente, entonces el máximo se da cuando $n = 1$



III. Dato $|a_{n+1} - 2| < 1$

$$\left|\cancel{2} + \frac{3}{\sqrt{n+1}} - \cancel{2}\right| < 1$$

$$\left|\frac{3}{\sqrt{n+1}}\right| < 1$$

$$\frac{3}{\sqrt{n+1}} < 1$$

$$n > 8$$

3. Determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

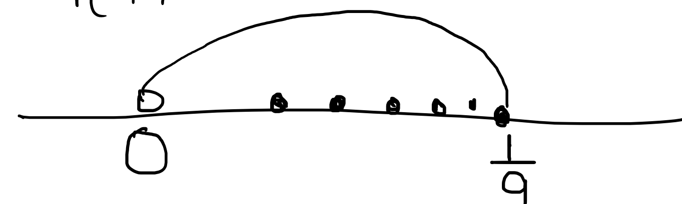
I. La sucesión $\left\{\dfrac{(-1)^n}{2n^2+1}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$, es acotada. √

II. La sucesión $\left\{\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2-1}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$, es divergente.

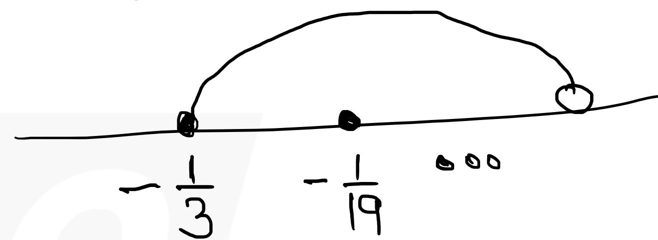
III. La sucesión $\left\{\dfrac{2^n+3^{n+1}}{3^n+2^{n+1}}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$, es monótona.

A) VVV B) VFV C) FVV
D) VVF E) FFV

para n par: $\dfrac{1}{2n^2+1}$ = + (decreciente)

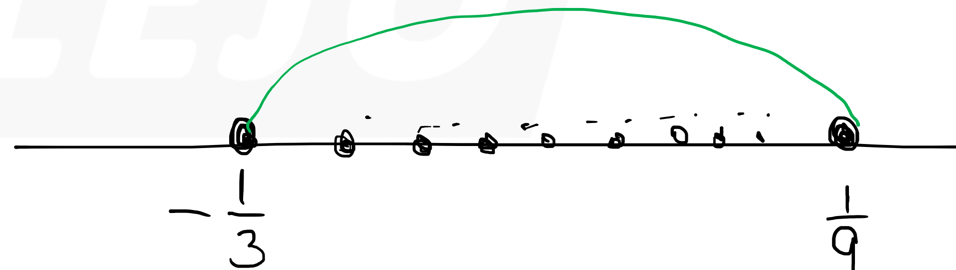


para n impar: $-\dfrac{1}{2n^2+1}$ = − (creciente)



Resolución

$$\frac{(-1)^n}{2n^2+1}=\left\{-\frac{1}{3};\frac{1}{9};-\frac{1}{19};\frac{1}{33};-\dots\right\}$$



3. Determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. La sucesión $\left\{\frac{(-1)^n}{2n^2+1}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$, es acotada.

II. La sucesión $\left\{\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2-1}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$, F
es divergente.

III. La sucesión $\left\{\frac{2^n+3^{n+1}}{3^n+2^{n+1}}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$, es monótona.

A) VVV B) VFV C) FVV
D) VVF E) FFV

Resolución

Obs $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt[n]{x^n+ax^{n-1}+\cdots}-x\right)=\frac{a}{n}$

II) $\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+2n}-n\right)-\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+0n-1}-n\right)$

$=\frac{2}{2}-\frac{0}{2}\to 1$

III) $\lim_{n\to+\infty}\frac{2^n+3^n\cdot 3}{3^n+2^n\cdot 2}=\frac{\infty}{\infty}$

$\frac{3}{1}$

es convergente

3. Determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. La sucesión $\left\{\dfrac{(-1)^n}{2n^2+1}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$, es acotada.

II. La sucesión $\left\{\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2-1}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$, es divergente.

III. La sucesión $\left\{\dfrac{2^n+3^{n+1}}{3^n+2^{n+1}}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$, es monótona.

creciente

A) VVV
B) VFV
C) FVV
D) VVF
E) FFV

Resolución

$$a_n=\frac{2^n+3\cdot3^n}{3^n+2\cdot2^n};\quad a_{n+1}=\frac{2^{n+1}+3\cdot3^{n+1}}{3^{n+1}+2\cdot2^{n+1}}$$

$$\frac{2^n+3\cdot3^n}{3^n+2\cdot2^n} < \frac{2^n\cdot2+9\cdot3^n}{3^n\cdot3+4\cdot2^n}$$

$$3\cdot2^n\cdot3^n+9\cdot3^{2n}+4\cdot2^{2n}+12\cdot3^n\cdot2^n < 2\cdot3^n\cdot2^n+9\cdot3^{2n}+4\cdot2^{2n}+18\cdot2^n\cdot3^n$$

$$3+12 < 2+18$$

4. Determine los valores de convergencia de las sucesiones (a_n) y (b_n) tal que

$$a_n = \frac{(2n+1)(3n-1)n}{2n^3+n+2} \text{ y } b_n = \frac{1+2+3+4+\cdots+n}{\sqrt[3]{n^6+1}}$$

A) $3; \frac{1}{2}$　　B) $6; \frac{1}{2}$　　C) 3; 1　　D) 6; 1　　E) 1; 2

Resolución

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{6n^3+\ldots}{2n^3+n+2} = 3$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n(n+1)}{2\sqrt[3]{n^6+1}} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{2\cdot n^2} = \frac{1}{2}$$

5. Sea la sucesión (a_n) convergente tal que

$$a_n=\underbrace{\sqrt{6+\sqrt{6+\ \dots\sqrt{6}}}}_{n\ \text{radicales}}$$ son +

Determine el siguiente límite $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{a_n+1}{1-a_{n+1}}$

A) 3 B) −2 C) 2 D) −3 E) 1

Resolución

Dato: $a_{n+1}=\sqrt{6+\underbrace{\sqrt{6+\dots+\sqrt{6}}}_{n\ \text{rad.}}}$

$a_{n+1}=\sqrt{6+a_n}$

$\lim a_{n+1}=\sqrt{\lim 6+\lim a_n}$

$\ell \qquad \ell$

$\ell=\sqrt{6+\ell}\Rightarrow \underbrace{\ell=3}_{\lim a_n=3}$

Piden

$$\frac{\lim a_n+\lim 1}{\lim 1-\lim a_{n+1}}\mapsto\frac{3+1}{1-3}=\frac{4}{-2}$$

6. Señale la alternativa que representa la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

√ I. La sucesión $\left\{\dfrac{2n^2+3n-9}{(n+5)^2+(n-5)^2}\right\}$, converge a 1.

F II. Los valores de la sucesión $s_n=(-1)^n+\dfrac{(-1)^n}{n}$ pertenecen al intervalo $\langle -1;1\rangle$

√ III. La sucesión $a_n=\sqrt[n]{3^n+4^n}$ es convergente.

A) VVV B) VFV C) FVV
D) VVF E) FFV

Resolución

I) $\lim_{n\to+\infty}\dfrac{2n^2+3n-9}{2(n^2+5^2)}=\dfrac{2}{2}=1$

II) $n=1:\ S_1=\underbrace{-1-1}_{-2}$

III) $\lim_{n\to+\infty}(3^n+4^n)^{\frac{1}{n}}=\infty^0$

$\lim_{n\to+\infty}\left(4^n\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n+1\right)\right)^{\frac{1}{n}}$

$\lim_{n\to+\infty}4\underbrace{\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n+1\right)^{\frac{1}{n}}}_{1}=4$; $\left(\frac{3}{4}\right)^n\to 0$, $\frac{1}{n}=0$

7. Determine el valor de convergencia de la sucesión

$$\left(0; \frac{1}{4}; \frac{8}{27}; \frac{81}{256}; \frac{1024}{3125}; \ldots\right)$$

A) 0 B) 1 C) e D) e^2 E) e^{-1}

Resolución

$$\left(\frac{0}{1}\right)^1; \left(\frac{1}{2}\right)^2; \left(\frac{2}{3}\right)^3; \left(\frac{3}{4}\right)^4; \ldots$$

$$a_n = \left(\frac{n-1}{n}\right)^n$$

$$\lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{-1}{n}\right)^n = e^{-1}$$

8. Señale la alternativa que presenta la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F)

I. Toda sucesión acotada es convergente F
II. Toda sucesión monótona es convergente F
III. Toda sucesión convergente es acotada V

A) VVV B) VFF C) FVV
D) FFV E) FFF

UNI 2019-2

Resolución

I) $a_n = (1; 0; 1; 0; 1; 0; \ldots)$
es acotada

$$\lim a_n = \begin{cases} 1 & ; n \text{ impar} \\ 0 & ; n \text{ par} \end{cases}$$

$\therefore \nexists \lim a_n$

II) $a_n = 2^n$
es creciente pero $\lim 2^n = +\infty$

9. Respecto a la sucesión de Fibonacci

$$(a_n) = \{1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; \dots\}$$

indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. La forma recurrente de la sucesión de Fibonacci es

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1} \text{ si } n \in \mathbb{N}, a_1 = 1.$$

II. $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = a_{n+2} - 1$

III. $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ (número de oro).

A) VVF B) VFV C) VVV
D) VFF E) FVV

Resolución

Pendiente o a más tardar subo completo el domingo

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe